



OpenCV를 이용한 자유수면 관통형 실린더에서 발생하는 기포 유동 해석

김민아·홍지우·안병권[†]

충남대학교 자율운항시스템공학과

Analysis of Bubbly Flow Generated by a Free Surface Piercing Cylinder Using OpenCV

Mina Kim·Ji-Woo Hong·Byoung-Kwon Ahn[†]

Department of Autonomous Vehicle System Engineering, Chungnam National University

This is an Open-Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution Non-Commercial License(<http://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0>) which permits unrestricted non-commercial use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

The hydrodynamic characteristics of flow around a surface piercing cylinder is still important in the field of naval architecture and ocean engineering. Various experimental and numerical studies have been conducted on simple structures to develop engineering solutions for issues such as frictional and wave-making resistance, vortex-induced vibration (VIV), and noise generation. In particular, splash phenomena and noise generated around masts, which are critical components requiring specialized performance for military applications such as submarines, are directly related to the survivability of naval vessels. Therefore, a thorough hydrodynamic understanding of these phenomena and the development of methods to reduce underwater noise emissions are of paramount importance. This study provides an in-depth investigation of the flow characteristics occurring in the submerged region beneath a cylinder, with a particular focus on elucidating the effects of the mast-shaped structure on bubble generation and flow field variations. An OpenCV-based image processing technique was developed to quantitatively evaluate the amount of bubble generation, distinguish between bubbles of different sizes, and track their trajectories. Furthermore, the bubble generation patterns were analyzed under various flow velocity conditions.

Keywords : Circular cylinder(실린더), Bubbly flow(기포 유동), Flow visualization(유동 가시화), Computer vision(컴퓨터 비전)

1. 서론

자유수면을 관통하며 이동하는 물체 주위에서 발생하는 유동의 동력학적 특성은 선박해양공학 분야에서 중요한 연구 주제 중 하나로 단순한 구조물이며 마찰 및 조파 저항과 와류 유기 진동(Vortex Induced Vibration, VIV) 및 소음 등 공학적 해결책을 찾기 위한 다양한 실험 및 수치해석 연구가 이루어지고 있다. 특히 잠수함과 같이 군사적 목적으로 특수한 성능이 요구되는 마스트(mast) 주위에서 발생하는 스플래시(splash) 현상과 유기되는 소음은 함정의 생존성과 직결되기 때문에 현상에 대한 유체역학적 이해와 수중으로 방사되는 소음을 줄이는 것은 매우 중요한 문제이다. 최근 잠수함의 마스트는 잠망경, 스노클, 통신 및 레이더 안테나를 포함하여 임무의 다양성과 기술 발전에 따라 그 종류와 수량이 지속적으로 증가하고 있다. 일반적으로 마스트는 원형 단

면의 실린더 구조를 가지며, 운용 속도에 대응하는 Froude 수(Fr)에 따라 수면파의 형성이 달라지고 실린더 표면에서 경계층이 분리되면서 발생하는 카르만 와류(Karman vortex)는 특정 진동수를 가지는 기진력으로 작용하는데, 주변의 압력 변동을 유발하여 난류를 강화시키고 복잡한 유동 구조를 초래한다. 특히 수면 하부에서 마스트의 단면 형상과 운용 속도에 의해 형성되는 복잡한 유체역학적 상호 작용은 수중 방사 소음의 주요 원인이 된다. 실린더 표면에서의 박리 유동과 자유수면 근처에서의 공기 유입(air entrainment) 현상은 기포를 생성하여 중-고주파수 대역의 유기 소음을 증폭시킨다. 따라서, 마스트 형상 최적화를 통한 유동 제어 및 소음 저감 기술의 개발은 스텔스 성능 형상에 중요한 역할을 한다. 다양한 분야에서 기포 발생과 거동 특성을 다루는 연구가 진행된 바 있다. Chen et al. (2021)의 연구에서는 입력 열유속 증가가 기포의 크기, 형성, 결합 그리고 분리에 미치는 영향에

대하여 실험을 통해 확인하였으나, 단순 열유속 기반 모델이 아닌 실제 난류 유동에서 관찰되는 복잡한 기포 패턴을 반영하기에는 정확성에 한계가 있을 것으로 보인다. 수치해석 분야에서는 3차원 VOF(Volume of Fluid) 모델을 사용하여 기포의 상승 운동 등 동역학적인 부분을 해석하였다(Zhang et al., 2012). 자유수면을 관통하는 물체에서는 기포의 생성과 붕괴 과정에서 유기 소음이 발생하게 되는데 단일 공기 기포가 공동의 붕괴 방향 및 붕괴 소음 강도에 미치는 영향을 확인한 실험 연구(Xu et al., 2021)와 기포 생성 조건에 영향을 주는 유동 특성을 분석한 연구(Choi et al., 2015; Wei et al., 2018; Chen et al., 2022) 그리고 수면 하부 유동장에서 발생하는 기포의 생성과 거동 특성을 이해하기 위해 다양한 방법을 이용한 연구(Lauterborn et al., 1997; Hilo et al., 2024)가 있었다. 이러한 연구들은 자유수면을 통과하는 물체 주변에서 형성되는 기포의 동역학적 특성을 규명하기 위한 기초 자료를 제공하였다. Kim et al. (2024)은 선저에 설치된 공기윤활시스템(Air Lubrication System, ALS)에서 분사된 기포층 유동장을 규모에 따라 정량적으로 분류하고, 다양한 분사 조건에서 발생하는 기포층 유동을 분석하였다. Oishi et al. (2019)의 연구에서는 유동장 내에서 기포의 크기를 기준으로 구분하여 기포의 군집 형성과 상호작용 특성을 정량적으로 분석하였다. 또한, 수치적 해석을 활용한 연구 사례도 보고된 바 있다. Snyder et al. (2007)은 난류 유동장에서의 기포 상승과 분산 거동에 대하여 Lagrangian 궤적을 바탕으로 추적하였고, 기포의 반경과 난류 강도에 대한 횡축 및 종축 궤적의 특성을 기록하였다. 해당 연구를 통해 상대적으로 큰 기포가 난류 소용돌이에 더 민감하게 반응하는 경향이 있다고 보고하였다. 본 연구 그룹(Hilo et al., 2022)에서는 자유수면을 관통하는 원형과 타원형 실린더에서 발생하는 스폴래쉬 특성을 평가하고 수중으로 방사되는 소음은 수면 하부에서 발생하는 기포 유동장과 밀접한 관련이 있음을 제시하였다. 그러나 유속 조건에 따라 서로 다른 크기의 기포들이 발생하며 자유수면 하부의 실린더 후류에서 발생하는 와류에 유입되어 기포 유동장을 형성한다. 따라서 기포 유동장을 보다 정량적으로 파악하기 위해서는 개별 기포의 거동 특성을 해석할 필요성이 대두되었다. 본 연구는 해당 실험연구에서 수행된 수면 하부 영역에서 발생하는 유동 특성을 심층적으로 다루었으며, 특히 실린더 형상이 기포의 생성 및 유동장 변화에 미치는 영향을 규명하는 데 초점을 맞추었다. 발생하는 기포량을 정량적으로 평가하고 크기가 서로 다른 기포의 구분과 궤적 정보를 파악하기 위해 OpenCV 기반의 영상 정보 처리 기법을 개발하고, 유속 조건에 따라 기포의 발생 양상을 분석하였다.

2. 실험 장치 및 기포 유동장 관측

실험은 충남대학교 회류 수조(Fig. 1)에서 수행되었다. 시험부 단면은 3.0 m x 1.2 m x 1.0 m (L x H x B)이며, 수심은 0.8m, 최대 유속은 2.0m/s이다. 실험은 일반적으로 사용되는 실선 마스트의 1/8 크기로 원형 단면(직경 40mm)과 타원형 단면(장축

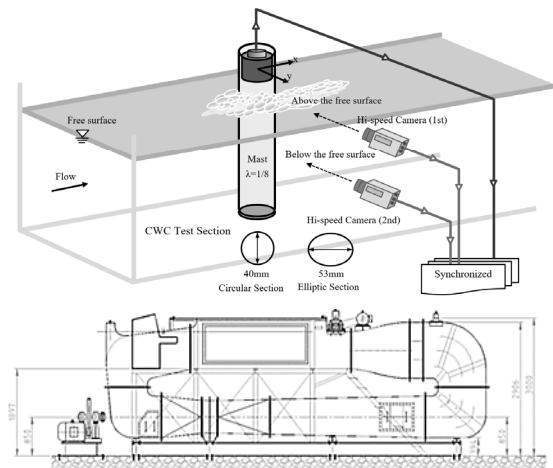


Fig. 1 Experimental setup

Table 1 Test conditions

Full speed [knot]	3.0	4.0	5.0
Froude number	0.87	1.15	1.44
Flow speed [m/s]	0.54	0.72	0.90
Reynolds number	2.2×10^4	2.9×10^4	3.6×10^4

Fn	Circular cylinder	Elliptic cylinder
0.87		
1.15		
1.44		

Fig. 2 Instantaneous bubbly flow behind the cylinder

53mm, 단축 40mm)을 대상으로 수행하였다. 마스트의 운용 속력을 고려하여 3~5노트에 해당하는 유속 조건(Table 1)에서 자유수면 상부와 하부의 유동 특성을 초고속 카메라를 사용하여 초당 10,000프레임으로 기록하여 영상 분석에 사용하였다.

Fig. 2는 해당 유속 조건에서 자유수면 상부와 하부에서 촬영된 순간 이미지이다. 유속이 증가할수록 실린더 선수부의 정체압력이 증가하면서 선수파가 커지며 후류 영역의 꺼짐 현상(wake depression)이 강해진다. 상대적으로 유선형인 타원형 실린더에 비해 원형 실린더 주위에는 정체압(stagnation pressure)이 더 크게 형성되기 때문에 선수파도 커지며 유동 박리 또한 더 빨리 일어나 후류 영역이 넓게 형성된다. 좌, 우로 나뉜 선수파는 안쪽으로 붕괴하게 되고 이 과정에서 공기가 함께 흡입되어 자유수면 하부에 기포가 형성된다. 관측부에서 형성된 기포는 다시 유입되지 않는 속도 조건에서 수행되었으며, 초고속 영상 기록을 통해 확인하였다.

3. 초고속 이미지 분석방법

이미지 분석 방법은 OpenCV 기반의 이미지 분할 기법을 사용하여 수행되었다. OpenCV (Open source Computer Vision)는 컴퓨터 비전을 목적으로 개발된 프로그래밍 라이브러리로 실시간 이미지 처리에 중점을 두며, 물체 및 패턴 인식, 객체 검색, 이미지 변환 등 다양한 영상처리 분야에서 사용되고 있다. 본 연구에서는 단면 형상이 다른 두 실린더 후류의 수면 하부 영역에서 발생하는 기포의 경로와 공간 밀도를 분석하기 위해 Python으로 구현한 알고리즘을 적용하였다.

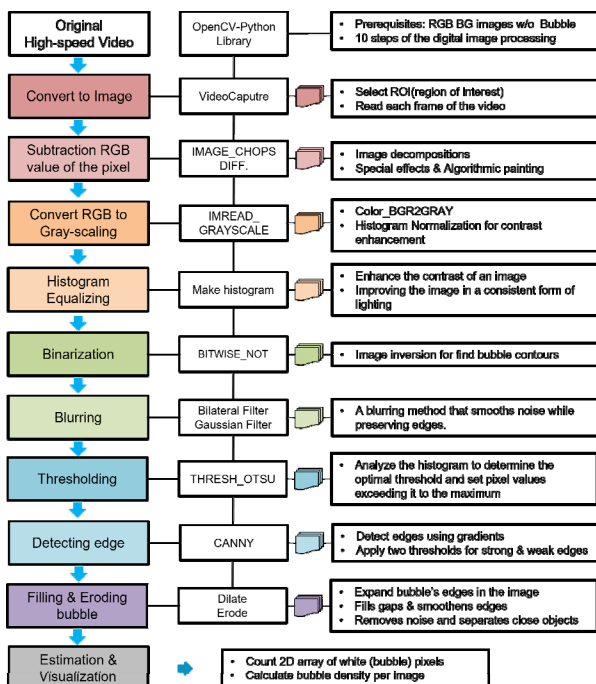


Fig. 3 Bubble segmentation algorithm

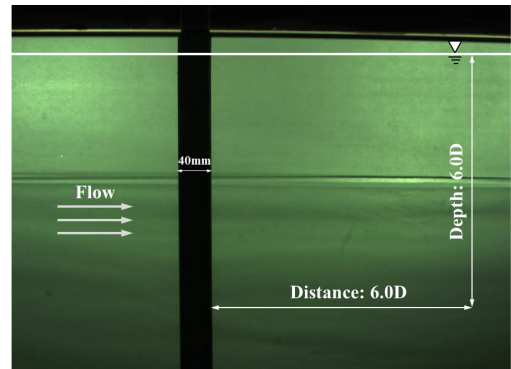


Fig. 4 Analysis domain

3.1 기포의 공간밀도 해석

초고속 카메라로 촬영된 영상을 효과적으로 분석할 수 있도록 알고리즘을 10단계 이미지 처리 절차로 실시하였다(Fig. 3). 알고리즘의 설계는 Hilo et al. (2023)와 Kim et al. (2024)의 연구를 기반으로 기포 경계의 불완전성을 보정하기 위해 필터링 기법, 팽창 및 침식 기법을 통한 경계 보정을 추가하여 완성하였다. 유속에 따른 정성적, 정량적 평가를 위해 특정 영역을 해석 대상으로 설정하였다. 원형 실린더를 기준으로 하여, 실린더의 끝점으로부터 6.0D를 만족하는 x 좌표와 자유수면으로부터 6.0D를 만족하는 y 좌표를 지정하였다(Fig. 4). 초고속 카메라로 촬영된 비디오의 이미지 데이터는 RGB 데이터이기 때문에 불필요한 잡음이 포함되어 기포 경계의 명확한 구분이 어렵다. 또한, 촬영 당시 현장의 조명에 의한 배경 잡음과 불균일한 밝기 등으로 정량적 평가에 혼란을 주어 보정이 필요하다. 잔여 잡음과 경계의 불연속성을 해결하기 위해 블러링(blurring) 기법을 적용하였다(Wen et al., 2022). 본 알고리즘에서는 양방향 필터(bilateral Filter)와 가우시안 필터(gaussian Filter) 기법으로 이미지의 세부적인 노이즈를 제거하고 경계를 부드럽게 처리함으로써 결과의 안정성을 높였다. 먼저, 양방향 필터로 기포와 물 사이의 경계를 유지하며 불필요한 잡음을 제거하였다. 두 번째로, 가우시안 필터를 이용하여 주변 픽셀값을 가중 평균으로 처리하여 기포 내부의 잔여 잡음을 제거하였다. 기포의 정량적 평가를 위해 이진화(Binarization)를 수행하였으며, 경계의 일부가 불완전하게 표현되는 국부적인 영역을 고려하여 Otsu (1979)가 제시한 Otsu 알고리즘을 선택하였다.

이전 단계에서 개선된 이미지 품질의 히스토그램을 이용하여 임계값 t 에 대해 식 (1)과 같이 배경과 전경 클래스 사이의 분산($\sigma_B^2(t)$)계산을 수행하였다. 여기서 $w_1(t)$, $w_2(t)$ 는 임계값 t 에 의해 나뉜 배경과 전경의 비율이고, $\mu_1(t)$, $\mu_2(t)$ 는 임계값 t 에 의해 나뉜 두 영역의 평균이다.

$$\sigma_B^2(t) = w_1(t)w_2(t)[\mu_1(t) - \mu_2(t)]^2 \quad (1)$$

모든 t 에 대해 클래스 간의 분산을 계산하여, 식 (2)와 같이

분산의 값이 최대가 되도록 하는 임계값 t^* 를 선택하였다.

$$t^* = \arg \max \sigma_B^2(t) \quad (2)$$

이후 임계값 이상의 픽셀값은 255(백색)로 변환하고, 이하의 픽셀값은 0(흑색)으로 변환하여 식(3)과 같이 각각 기포와 물로 명확하게 분리하였다.

$$f(x) = \begin{cases} 255 & (x > t^*) \\ 0 & (x \leq t^*) \end{cases} \quad (3)$$

기포의 경계는 OpenCV 라이브러리 중 하나인 CED (Canny Edge Detection) 알고리즘을 통해 검출하였고(Sujatha et al., 2015), 이후 팽창(Dilation) 및 침식(Erosion) 과정을 통해 기포의 형상을 뚜렷하게 표현하였다.

3.3 기포의 수량 및 궤적 해석

이미지 분할 알고리즘을 거친 결과 영상으로부터 기포의 크기 구간을 나눠 그 개수를 파악하고, 해당 크기 기포의 궤적을 해석할 수 있는 알고리즘을 개발하였다(Fig. 5). 기포의 직경(dB)은 이미지 분할 된 기포의 외곽선을 추출하고, 외곽선 안쪽의 픽셀

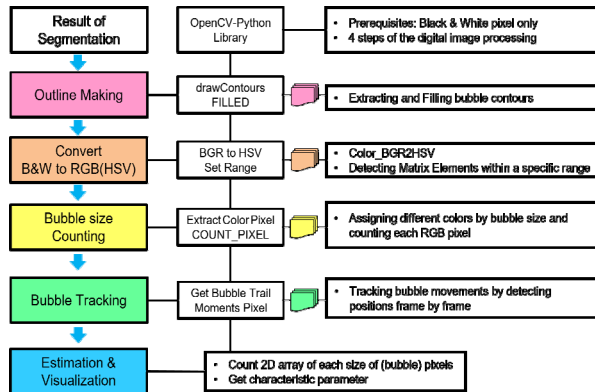


Fig. 5 Bubble size counting and tracking algorithm

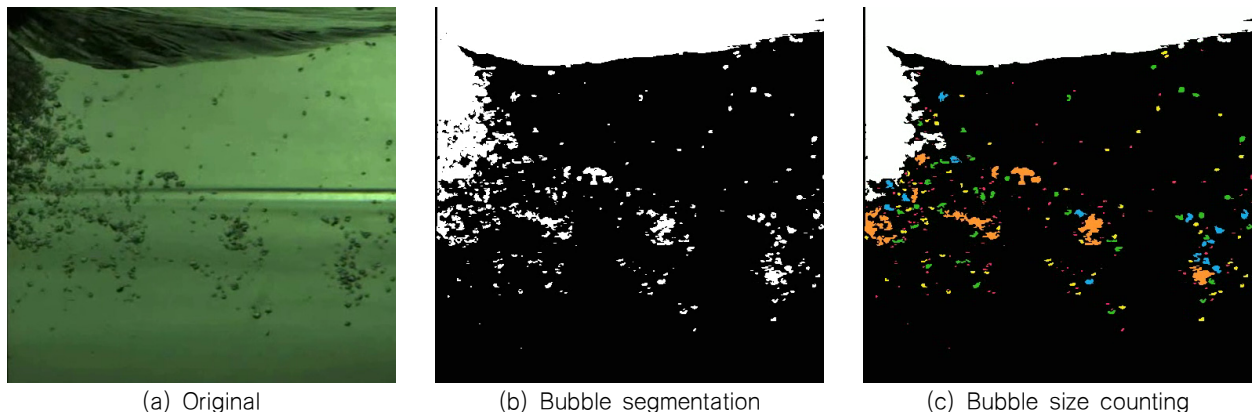


Fig. 6 Bubble segmentation and counting at $Fn=1.44$ (Circular cylinder)

Table 2 Bubble color Classification by Diameter Ratio

Color	Pink	Yellow	Green	Blue	Orange
d_B/D_C	0.050	0.075	0.100	0.125	0.750

개수를 계산하여 10, 30, 50, 80, 400픽셀을 척도로 범위를 구분하였다. 각각의 실제 지름은 2mm, 3mm, 4mm, 5mm, 30mm에 해당한다. 이를 원형 실린더의 직경(DC)으로 무차원화하여 평가하여, d_B/DC 의 값을 0.050, 0.075, 0.100, 0.125, 0.750으로 나타내었다(Table 2).

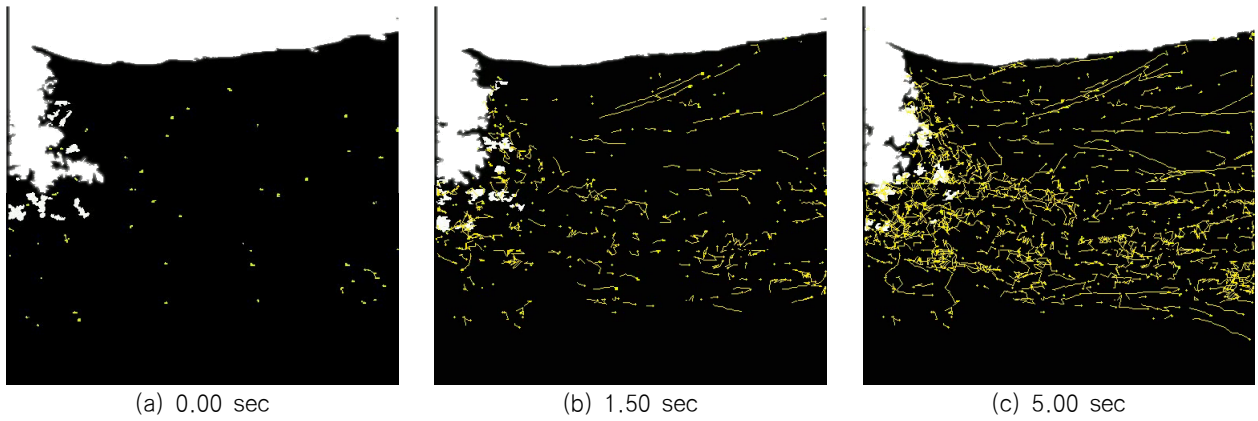
영상에서 각 범위의 기포 크기 분포를 시각적으로 명확하게 표현하기 위해 HSV(Hue, Saturation, Value) 색 공간을 이용하였다. RGB는 전체적으로 어두운 이미지의 색상을 추출하기에 한계가 있으나, HSV는 색상, 채도, 명도를 각각 조절해서 특정한 색상 추출이 가능하다. 위 알고리즘에 따라 무차원 값이 0.050 이하의 기포는 분홍색으로 0.050 이상 0.075 이하는 노란색, 0.075 이상 0.100 이하는 초록색, 0.100 이상 0.125 이하는 파란색으로, 0.125 이상 0.750 이하는 주황색으로 추출하였다(Fig. 6).

각 크기별 기포의 유동 분석을 위해 궤적을 추적하였다. 기포의 중심 좌표는 식 (4)와 같이 c_x, c_y 로 나타내었다. 여기서 0차 모멘트(M_{00})는 객체의 면적을 나타내고, 1차 모멘트(M_{10}, M_{01})은 x축과 y축에 대한 객체의 중심 좌표를 계산하는 데 사용된다.

$$c_x = \frac{M_{10}}{M_{00}}, \quad c_y = \frac{M_{01}}{M_{00}} \quad (4)$$

각 프레임에서 추적되는 기포의 위치를 결정하기 위해 이전 프레임의 기포 위치와 거리를 계산하였다. 하나의 기포 i 의 이전 프레임에서의 탐지 위치 $p_i^{t-1} = (x_i^{t-1}, y_i^{t-1})$ 과 현재 프레임에서 탐지된 위치 $p_i^t = (x_i^t, y_i^t)$ 사이의 유클리드 거리(d)는 식 (5)와 같이 정의하였다.

$$d = \sqrt{(x_i^t - x_i^{t-1})^2 + (y_i^t - y_i^{t-1})^2} \quad (5)$$

Fig. 7 Bubble tracking at $Fn=1.15$ (Circular cylinder, $d_b/D_c = 0.075$)

d 가 미리 정의된 임계값(D_{th})보다 작다는 조건($d < D_{th}$)을 만족하는 기포는 이전 프레임과 동일한 기포로 간주하여, 기포의 이동 경로에 새로운 위치를 추가하였다.

각 기포의 추적 궤적은 시간에 따른 위치 좌표의 연속으로 기포 i 의 궤적은 식 (6)과같이 나타내었다. 여기서 p_i^t 는 시간 t 에서의 기포의 위치이다. 새로운 위치의 기포가 기존 기포로 판단되는 경우, 궤적 리스트(T_i)에 현재 위치(p_i^t)를 추가하였다.

$$T_i = \{p_i^1, p_i^2, \dots, p_i^{t-1}, p_i^t\} \quad (6)$$

그리고 현재 프레임에서 탐지된 기포가 이전 프레임에서의 어떤 기포와도 연결되지 않으면 해당 기포를 새로운 기포로 간주하였다. 식 (7)과같이 새로운 궤적 리스트(T_w)에 새로운 기포의 위치(p_w^t)를 추가하여 다른 기포의 궤적으로 기록하였다.

$$T_w = \{p_w^t\} \quad (7)$$

Fig. 7은 해당 알고리즘을 거친 영상 이미지의 각각 0초, 1.5초, 5초가 흐른 뒤의 결과로, 시간이 지남에 따라 d_b/D_c 의 값이

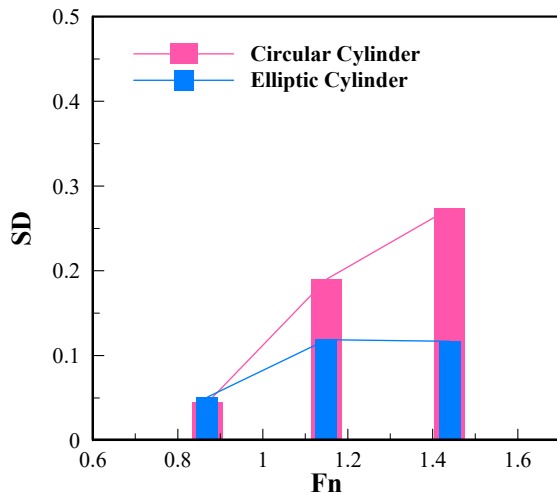


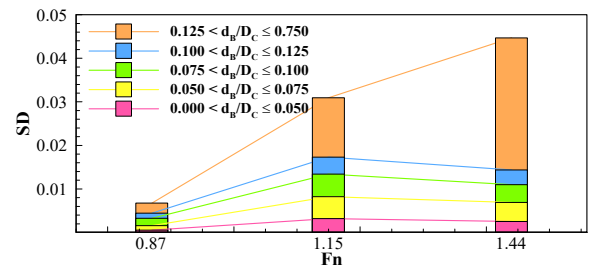
Fig. 8 Spatial Density (Volume fraction)

0.075인 기포가 생성되고 이동한 경로 정보를 확인할 수 있다.

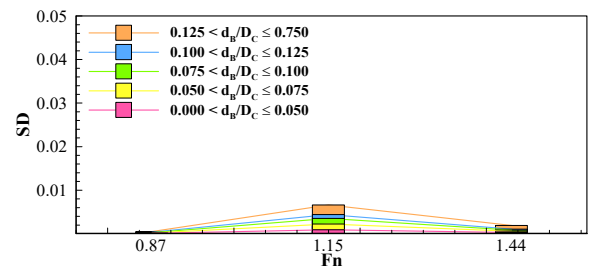
다음으로 발생한 기포의 양을 정량적으로 판단하기 위하여 기포가 차지하는 공간밀도(Spatial Density, SD)를 식 (8)과같이 정의하였다.

$$SD = \frac{N_w}{N_w + N_b} \quad (8)$$

여기서 N_w 과 N_b 는 각각 백색(기포) 및 흑색(물)의 픽셀 수를 의미한다. Fig. 8은 원형과 타원형 실린더 후류에서 발생한 기포의 초당 평균 공간밀도를 유속별로 비교한 결과로 단면 형상에 대한 공간밀도의 차이가 확연히 구분되는 것을 알 수 있다. 원형 실린더에서는 평균 공간밀도가 0.045~0.273인 반면 타원형 실린더는 0.051~0.117의 범위를 가진다. 원형 실린더는 프루드수가 증가함에 따라 공간밀도 또한 증가하는 반면 타원형 실린더에서는 특정 프루드수 이후 증가하지 않았다. 이는 앞서 설명한 바



(a) Circular cylinder



(b) Elliptic cylinder

Fig. 9 Spatial Density by bubble size

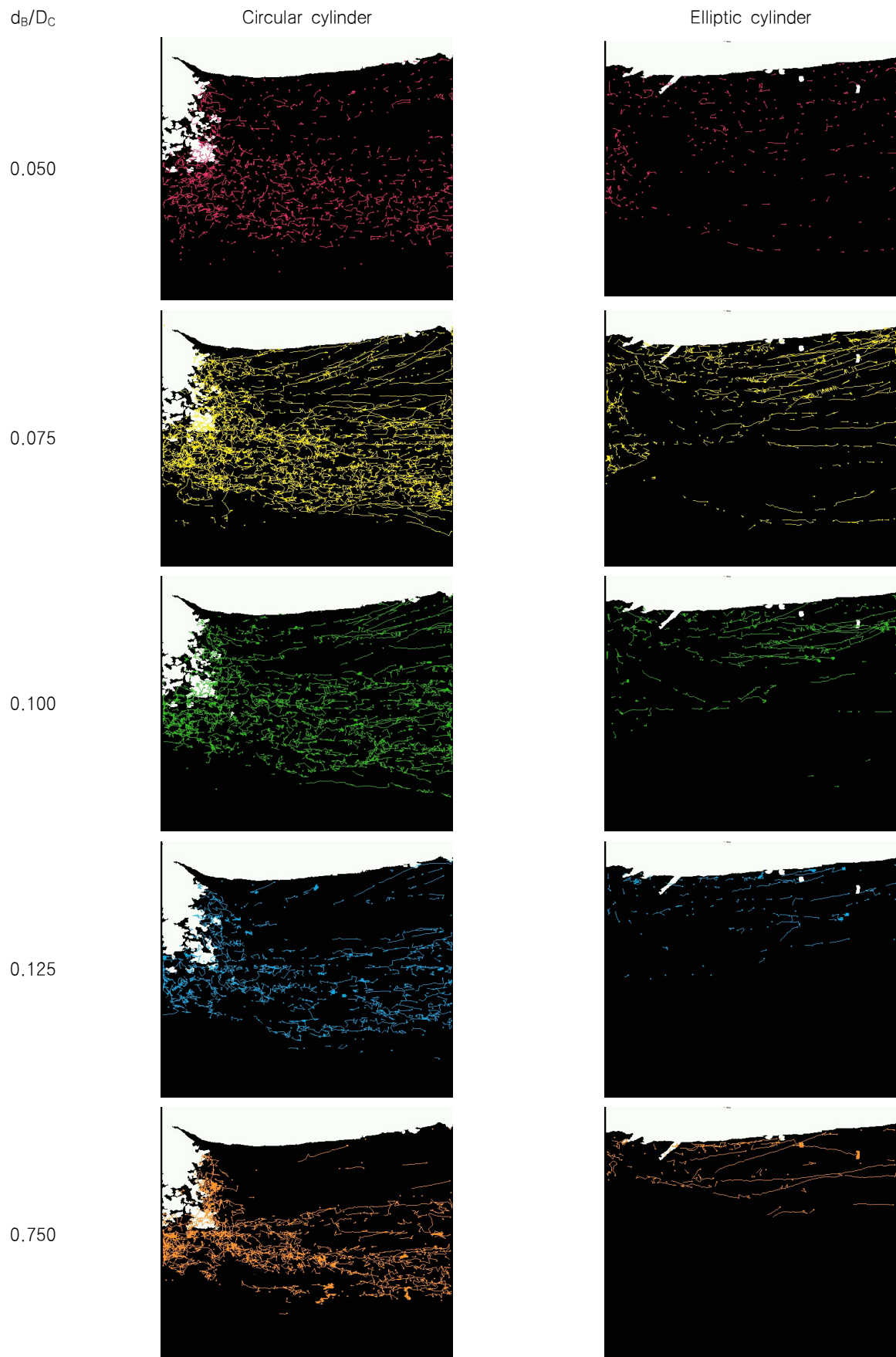
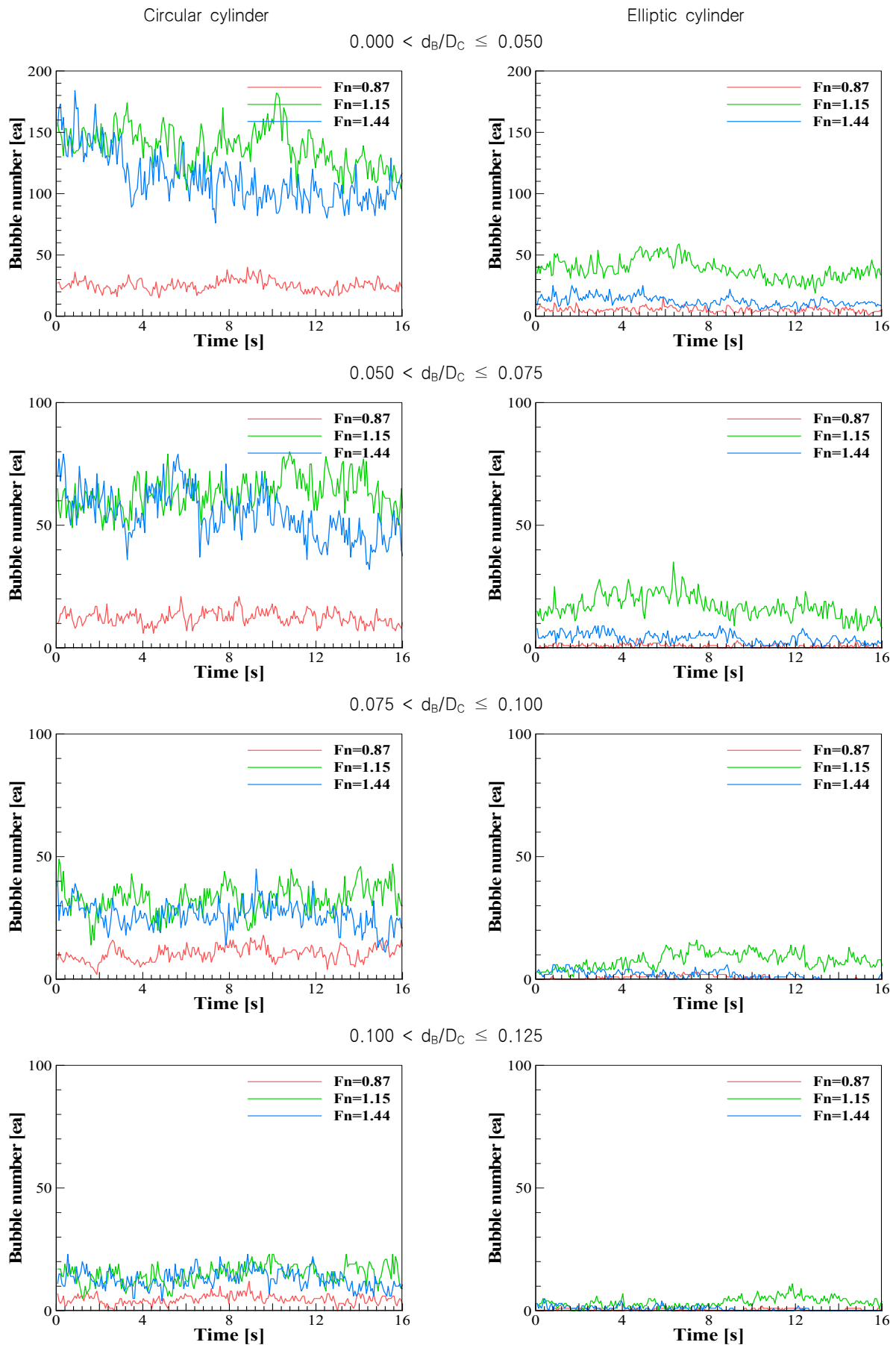


Fig. 10 Bubble's trajectory for 10.05 sec at $Fn=1.15$



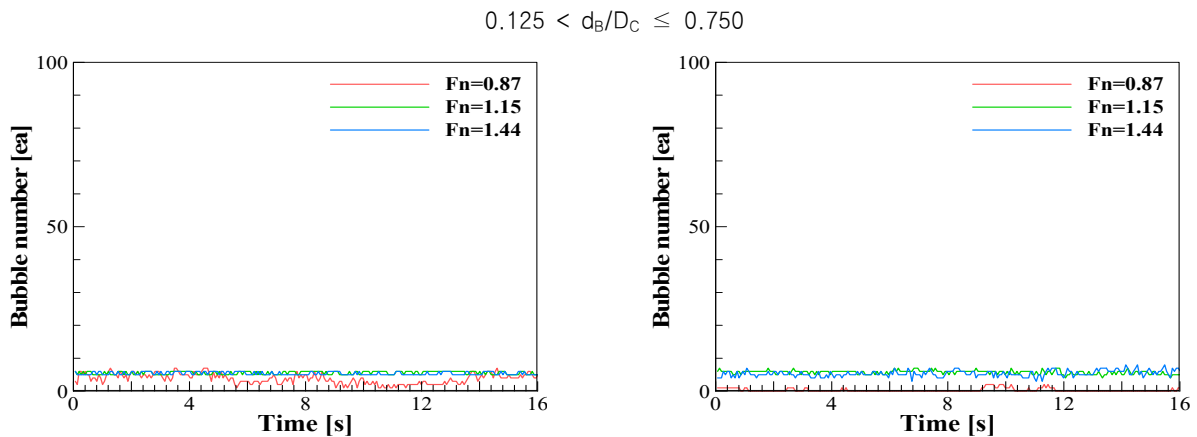


Fig. 11 Comparison of the bubble number at different Froude numbers

와 같이 상대적으로 유선형인 타원형 실린더에서는 정체압이 더 작게 형성되어 선수파가 약하고, 유동 박리가 지연되기 때문에 스플래시 양이 적고 결과적으로 기포의 공간밀도가 작다는 결과를 확인할 수 있다.

Fig. 9는 원형 및 타원형 실린더에서 발생하는 기포의 크기별 공간밀도를 보여준다. 앞서 언급한 것과 같이 원형 실린더 직경의 75%에 해당하는 면적까지만을 기포로 취급하였다. 원형 실린더의 경우 전체 유속 조건에서 dB/DC 가 0.125~0.750 크기인 기포가 차지하는 공간밀도의 값이 가장 크게 나타났다. 타원형 실린더의 경우 모든 크기에 대하여 기포들의 공간밀도가 프루드수 1.15 조건에서 유의미한 값을 보였다. Fig. 10은 동일 유속 조건의 각 실린더에서 발생한 기포 크기별 궤적을 10.05초 동안 기록한 결과이다. 원형 실린더의 경우 후류 유동을 따라 아래로 내려가던 기포는 부력의 영향을 받아 점차적으로 자유수면 방향으로 상승하는 경향이 두드러졌다. 타원형 실린더에서는 모든 크기의 기포가 비교적 자유수면 근처에서 궤적을 형성하며, 특히 dB/DC 가 0.125 이상 크기의 기포 수가 확연히 적은 결과를 확인하였다. Fig. 11은 각 유속 조건에서 해당 크기 기포의 시간 경과에 따른 수량 변화를 보여준다. 이때, dB/DC 가 0.050 이하인 범위를 제외한 대부분의 조건에서 시각적 비교의 용이함을 위해 y축의 범위는 0~100으로 통일하여 설정하였다. 원형 실린더의 경우 dB/DC 가 0.05 이하인 기포의 수가 가장 지배적이고 시간에 따른 변화 폭도 크며, 기포의 크기가 커질수록 발생 수가 적고 시간에 따른 변화 폭도 작게 나타났다. 반면 타원형 실린더의 경우 매우 적은 수의 기포가 발생하는 것을 알 수 있다.

4. 결 론

본 연구는 자유수면 관통형 실린더의 수면 하부 영역에서 발생하는 기포 유동을 가시적으로 해석할 수 있는 기법을 개발하였다. 원형 및 타원형 실린더를 대상으로 스플래시 소음의 원인이 되는 기포의 크기 및 발생량을 정량적으로 평가하고 이동 궤적을 추적할 수 있는 기법을 개발하였으며, 다음과 같은 결론을 도출

하였다.

- 1원형 실린더의 경우 전체 기포가 차지하는 면적을 의미하는 공간밀도 값은 유속 증가에 비례하며, dB/DC 가 0.125~0.750인 기포가 지배적인 역할을 하고 dB/DC 가 0.05 이하 크기인 기포의 수가 가장 크게 나타난다.
- 타원형 실린더의 경우 후류 유동장이 상대적으로 안정적이며 발생하는 기포의 양과 수도 매우 적다.
- 따라서 잠수함의 마스트와 같이 자유수면을 관통하는 물체의 스플래시 소음을 줄이기 위해서는 단면 형상을 원형보다는 타원형으로 설계하는 것이 효과적이다.

후 기

이 논문은 2024년도 정부(방위사업청)의 재원으로 국방기술진흥연구소의 지원(No. KRIT-CT-23-018, 잠수함 첨단함형특화연구실)과 정부(과학기술정보통신부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 연구임(RS-2023-00208512)

Reference

- Chen, C.A., Li, K.W., Lin, T.F., Li, W.-K. and Yan, W.-M., 2021. Experimental study on R-410A subcooled flow boiling heat transfer and bubble behavior inside horizontal annuli. / *International Communications in Heat and Mass Transfer*, 124, Article No. 105283.
- Chen, S., Zhao, W. and Wan, D., 2022. Turbulent structures and characteristics of flows past a vertical surface-piercing finite circular cylinder. *Physics of Fluids*, 34, Article No. 015115
- Choi, S.-J., Lee, K.-H. and Gudmestad, O.T., 2015. The effect of dynamic amplification due to a structure's vibration on breaking wave impact. *Ocean Engineering*, 96, pp.8-20.
- Hilo, A.K., Hong, J.-W., Kim, K.-S., Ahn, B.-K., Lim, G.-S.

- and Shin, S., 2022. Experimental study on the flow patterns and acoustic characteristics of surface piercing cylinders. *Ocean Engineering*, 259, Article No. 111895.
- Hilo, A.K., Hong, J.-W., Kim, K.-S., Ahn, B.-K., Park, C., Kim, G.-D. and Moon, I.-S., 2023. Experimental study on in section loss of air bubble layer in freestream flow. *Wave Motion*, 123, Article No. 103227.
- Hilo, A.K., Hong, J.-W., Pham, V.-D., Shin, S., Ahn, B.-K. and Kim, B.-J., 2024. Experimental and numerical investigation of bow wave and wake flows around towed surface-piercing cylinders. *Flow Measurement and Instrumentation*, 95, Article No. 102505.
- Kim, Y.-J., Hong, J.-W., Ahn, B.-K. and Lee, J.-H., 2024. Visualization of bubbly flow generated in an air lubrication system for ship. *Journal of the Korean Society of Visualization*, 22(3), pp.45–53.
- Lauterborn, W. and Ohl, C.-D., 1997. Cavitation bubble dynamics. *Ultrasonics Sonochemistry*, 4, pp.65–75.
- Oishi, Y., Tohge, Y., Tasaka, Y. and Murai, Y., 2019. Bubble clustering in a horizontal turbulent channel flow investigated by bubble-tracking velocimetry. *International Journal of Multiphase Flow*, 120, Article No. 103104.
- Otsu, N., 1979. A Threshold Selection Method from Gray-Level Histograms. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, 9(1), pp.62–66.
- Snyder, M.R., Kino, O.M. and Katz, J., 2007. Statistical analysis of small bubble dynamics in isotropic turbulence. *Physics of Fluids*, 19, Article No. 065108.
- Sujatha, K.T., Meeusen, B.G.J., Kuipers, J.A.M. and Deen, N.G., 2015. Experimental studies of bubbly flow in a pseudo-2D micro-structured bubble column reactor using digital image analysis. *Chemical Engineering Science*, 130, pp.18–30.
- Wei, Z., Li, C., Dalrymple, R.A., Derakhti, M. and Katz, J., 2018. Chaos in breaking waves. *Coastal Engineering*, 140, pp.272–291.
- Xu, W.-L., Li, J.-B., Luo, J. and Zhai, Y.-W., 2021. Effect of a single air bubble on the collapse direction and collapse noise of a cavitation bubble. *Experimental Thermal and Fluid Science*, 120, Article No. 110218.
- Zhang, Y., Liu, M., Xu, Y. and Tang, C., 2012. Three-dimensional volume of fluid simulations on bubble formation and dynamics in bubble columns. *Chemical Engineering Science*, 73, pp.55–78.



김민아



홍지우



안병권